

# Résistance des matériaux

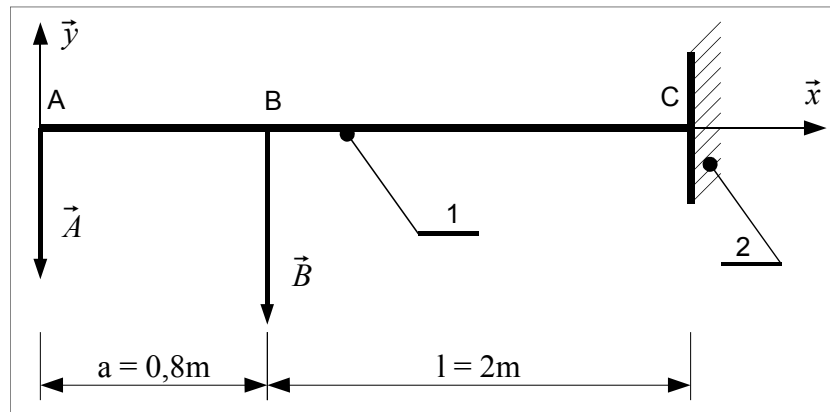
## Flexion plane simple

### 1- Exercice 1

La figure ci-dessous donne la modélisation d'une poutre **1**. Le plan  $(A, \vec{x}, \vec{y})$  est un plan de symétrie pour la poutre et pour les charges qui lui sont appliquées.

On donne et on écrit :  $\|\vec{A}\|=A=800\text{ N}$  et  $\|\vec{B}\|=B=1000\text{ N}$ .

Conventionnellement et pour alléger les calculs, on néglige le poids propre de la poutre. La liaison **(1-2)** est un encastrement.



#### Questions :

**1-** Donner dans  $R=(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  les composants du torseur des actions mécaniques relatif à la liaison **(2-1)** en C.

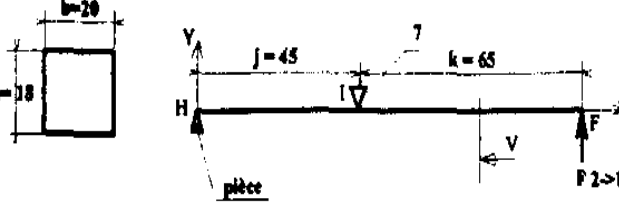
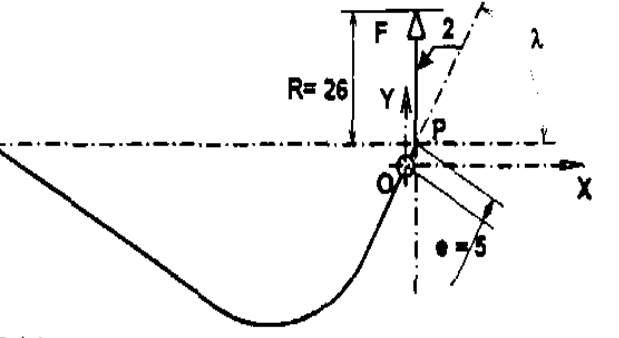
**2-** Donner le long de la poutre les diagrammes de l'effort tranchant  $T_y$  et du moment fléchissant  $M_{fz}$ .

**3-** Le module de Young de l'acier qui constitue la poutre est  $E=2.10^5\text{ MPa}$  et le moment quadratique de sa section droite vaut :  $I_{gz}=328\text{ cm}^4$  ; en utilisant le principe de superposition, calculer la flèche au point **A**.

## 2- Extrait BTS Productique 2002

### 5 - Evaluation du déplacement du point F sous l'effet de l'action mécanique $\|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}\|$ .

5.1 - Modèle retenu pour évaluer la déformation de la bride en F sous l'effet de l'effort de l'excentrique sur la bride.

A - Modèle géométriques	B - Hypothèses
<p><b>Figure 14 : Bride</b> Section V</p>  <p><b>Figure 15 : Levier et excentrique</b></p>  <p>Unités en mm</p>	<p>Les solides seront assimilés aux poutres de la résistance des matériaux.</p> <p><u>Pour la bride <math>l = \{1+6+5\}</math>:</u> Poutre en appui en H, I et sollicitée par un effort <math>F_{2 \rightarrow 1}</math> vertical en F.</p> <p><u>Pour l'axe de l'excentrique :</u> Nous négligerons sa déformation</p>
C - Données	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'effort maximum (vertical) de l'excentrique sur la bride doit être <math>\ \vec{F}_{2 \rightarrow 1}\  \leq 5200 N</math>.</li> <li>- L'effort minimum (vertical) de l'excentrique sur la bride doit être <math>\ \vec{F}_{2 \rightarrow 1}\  \geq 885 N</math></li> <li>- L'effort moyen (vertical) de l'excentrique sur la bride suite à l'effort moyen de l'utilisateur (<math>U = 100 N</math>) est estimé à <math>\ \vec{F}_{2 \rightarrow 1}\  = 2550 N</math></li> <li>- <math>E = 210\,000 \text{ Mpa}</math></li> </ul>	<p>Relation pour évaluer la flèche en F :</p> $y_F = \frac{\ \vec{F}_{2 \rightarrow 1}\  \cdot k^2 \cdot (k+j)}{3 \cdot E \cdot I_{Gx}} \quad \text{avec} \quad I_{Gx} = \frac{bh^3}{12}$

5.2 - Evaluer les déformations de la bride en F sous l'effet de la variation de  $\|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}\|$  pour les trois cas suivants (Arrondir les résultats au millième par défaut) :

a -  $\|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}\| = 5200 N$     b -  $\|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}\| = 885 N$     c -  $\|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}\| = 2550 N$

### 3- Extrait BTS Productique 2003

#### D. INFLUENCE DES EFFORTS DE COUPE EN PERCAGE SUR LA PIÈCE LORS DE L'USINAGE DU Ø9,8 mm

##### 1. Analyse des contraintes appliquées à la pièce pendant l'usinage

###### Données de l'étude :

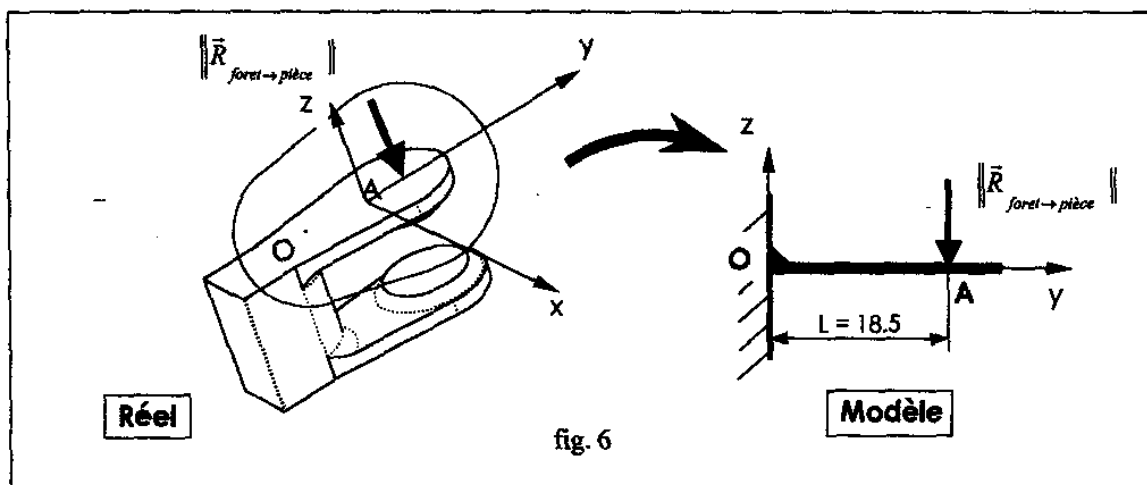
- Pour l'étude de résistance des matériaux, on propose la modélisation de la (fig. 6) qui néglige l'effet du moment du couple de perçage en A.
- Une étude des efforts de coupe a permis de déterminer l'action du foret sur la pièce :

$$\|\vec{R}_{\text{foret} \rightarrow \text{pièce}}\| = 442 \text{ N}$$

- La poutre est considérée rectiligne, de section constante et admet un plan de symétrie  $(O, \bar{y}, \bar{z})$ .
- La pièce est réalisée en alliage d'aluminium Al Si 7 Mg, pour lequel :  
 $E = 75\,000 \text{ MPa}$ ,  $Re = 180 \text{ MPa}$  et  $Rr = 520 \text{ MPa}$ .

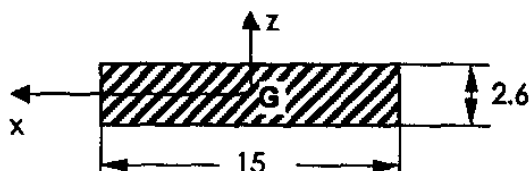
**D1.** Identifier la nature de la sollicitation appliquée à la poutre.

**D2.** Déterminer le moment de flexion  $|Mf_x|_{\text{MAXI}}$  ainsi que la section la plus sollicitée.



**D3.** Déterminer la valeur de la contrainte normale  $|\sigma|_{\text{MAXI}}$  et conclure sur la résistance de la pièce.

**Remarque :** Dans sa section la plus sollicitée, la poutre a pour dimensions :



## Correction - BTS 2002

### 5 - Evaluation du déplacement du point F sous l'effet de l'action mécanique $\|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}\|$ .

5.2 - Evaluer les déformations de la bride en F sous l'effet de la variation de  $\|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}\|$  pour les trois cas suivants (Arrondir les résultats au millième par défaut) :

$$a - \|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}\| = 5200N \quad b - \|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}\| = 885N \quad c - \|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}\| = 2550N$$

$$I_{Cx} = \frac{bh^3}{12} = \frac{20 * 18^3}{12} = 9720 \text{ mm}^4$$

$$Y_F = \frac{\|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}\| * K^2 * (K + J)}{3 * E * I_{Cx}} = \|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}\| * \frac{65^2 * (65 + 45)}{3 * 210000 * 9720}$$

$$- \quad Y_f = \|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}\| * 7.589 * 10^{-5}$$

$$Y_{f \text{maxi}} = 0.394 \text{ mm}$$

$$Y_{f \text{mini}} = 0.067 \text{ mm}$$

$$Y_{f \text{moy}} = 0.193 \text{ mm}$$

## 4- Extrait BTS Productique 2000

### 2.2.5- Vérification de la bride repérée 3 à la contrainte de flexion

(Voir Document B2)

#### Hypothèses :

La bride 3 représentée sur ce document est réalisée d'un seul bloc, mais elle possède le même comportement à la flexion que l'ensemble constitué par 3+8.

Le matériau C 45 est conservé.

Les dimensions sont identiques.

Cette bride est disposée horizontalement avec son nouveau système de repérage : l'axe des X est confondu avec la ligne moyenne de la poutre.

Le poids de la bride est négligé, le chargement extérieur est défini par les torseurs :

(unités : composantes des forces en N, composantes des moments en mmN)

Torseur au point O :

$$[T_{2/3}]_O \left\{ \begin{array}{l|l} \vec{O}_{2/3} & \begin{array}{l} -274 \\ 5712 \\ 0 \end{array} \\ \vec{M}_{O2/3} = 0 & \end{array} \right\}_O$$

Torseur au point P :

$$[T_{7/3}]_P \left\{ \begin{array}{l|l} \vec{P}_{7/3} & \begin{array}{l} 0 \\ -9355 \\ 0 \end{array} \\ \vec{M}_{P7/3} = 0 & \end{array} \right\}_P$$

Torseur au point Q :

$$[T_{pièce/3}]_Q \left\{ \begin{array}{l|l} \vec{G}_{pièce/3} & \begin{array}{l} 274 \\ 3643 \\ 0 \end{array} \\ \vec{M}_{Qpièce/3} = 0 & \end{array} \right\}_Q$$

La résistance élastique de la bride a pour valeur  $Re = 420 \text{ MPa}$

Le coefficient de sécurité  $s = 2,5$

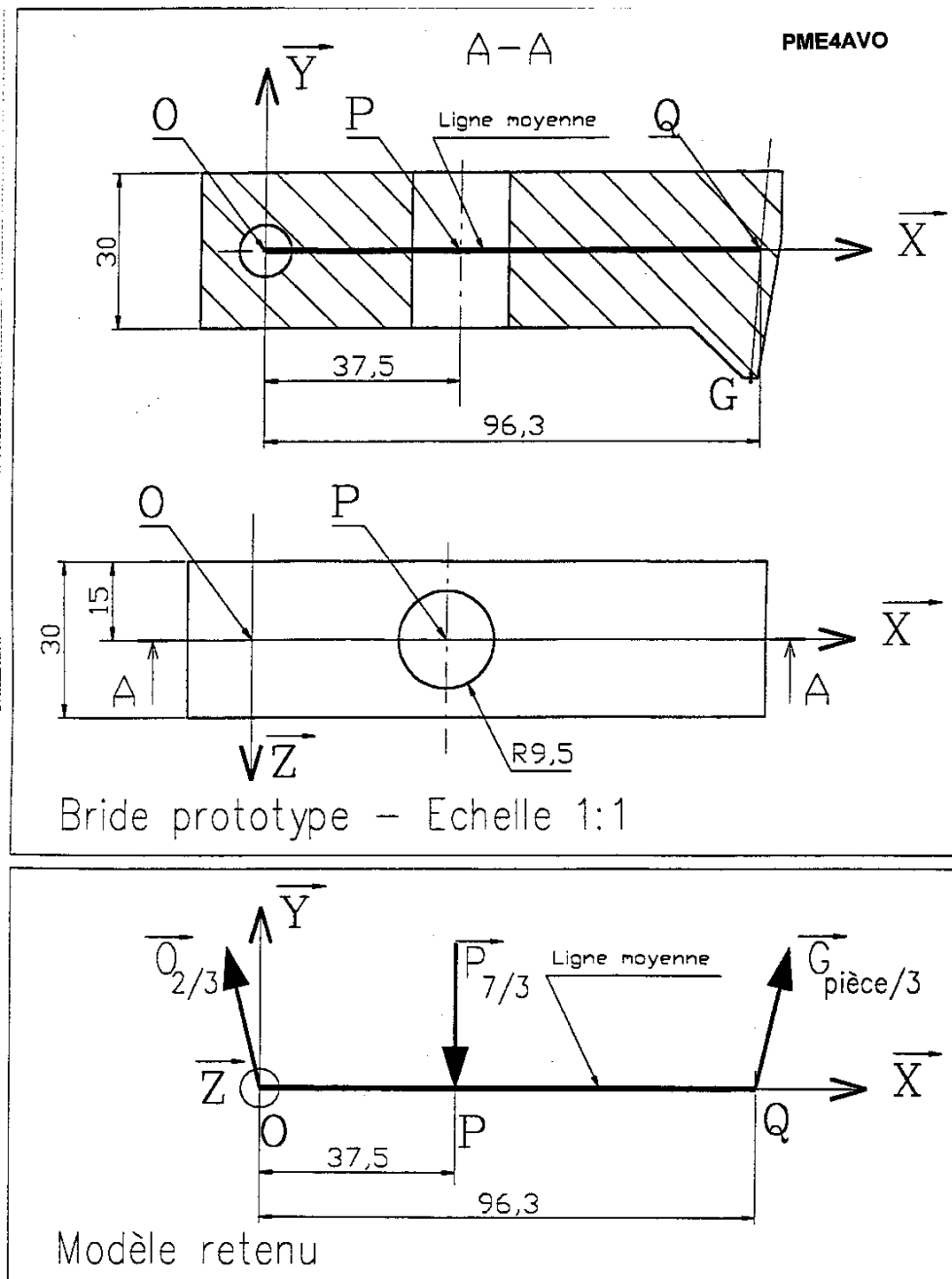
## Travail demandé :

(A traiter sur feuille de copie)

2.2.5.1- Ecrire pour la section de ligne moyenne comprise entre les points O et Q les équations du moment Fléchissant.

2.2.5.2- Représenter le diagramme de ce moment fléchissant.

2.2.5.3- Vérifier dans la section droite passant par P la condition de résistance à la flexion de cette bride.



Document B2 - Bride 3

## 5- Extrait BTS Productique 1997

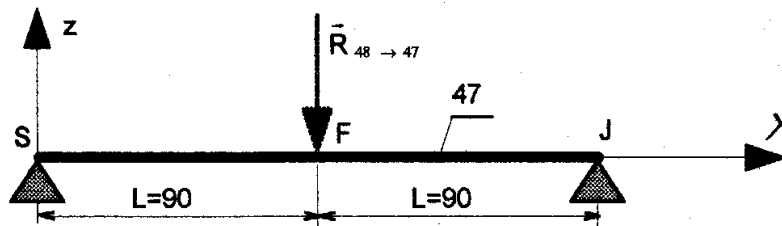
### 3.2 - Dimensionnement de la bride de serrage 47

L'étude préliminaire a permis de déterminer l'effort à appliquer par l'écrou de serrage sur la bride 47, pour que la pièce ne glisse pas pendant le perçage des trous de  $\phi 14,5\text{mm}$ .

$$\|\vec{R}_{\text{Ecrrou de Serrage } 48 \rightarrow 47}\| = 35\,000 \text{ N}$$

(Le couple de serrage devenant trop important pour être exercé par l'opérateur on utilisera une visseuse pneumatique.)

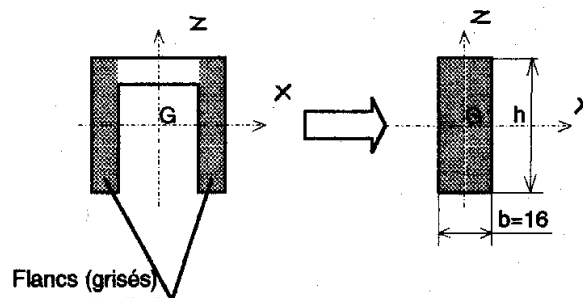
Pour l'étude de RdM, on propose le modèle suivant :



Question 3.2.1 : identifier la nature de la sollicitation appliquée à la poutre ainsi que la section la plus sollicitée. Donner la valeur de  $|M_{fz}|_{\text{max}}$ .

Question 3.2.2 : la bride est réalisée en acier ( $R_e = 500 \text{ MPa}$ ). Déterminer les caractéristiques minimales de la section droite du support de la bride de serrage 47 de façon à avoir un coefficient de sécurité de  $s=3$  en appliquant un critère de résistance.

Question 3.2.3 : afin de minimiser l'encombrement du montage, la bride de serrage 47 aura une section en U. Pour faciliter les calculs on ne prendra en compte que des deux flancs dans le dimensionnement.



Déterminer la hauteur (h) minimale de la bride de serrage si sa base  $b=16\text{mm}$ .

Rappel : pour une section rectangulaire pleine  $I(G, \bar{z}) = \frac{b \cdot h^3}{12}$ .

## Correction - BTS 2000

### 2.2.5- Vérification de la bride repérée 3 à la contrainte de flexion

#### 2.2.5.1 Equations du moment de flexion :

$$0 \leq x \leq 37,5 \quad M_f = -5712 x$$

$$\text{pour } x = 0 \quad M_f = 0$$

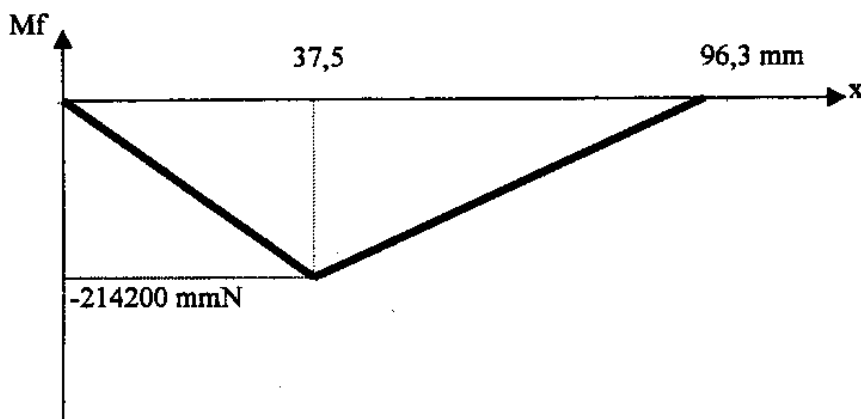
$$\text{pour } x = 37,5 \quad M_f = -214200 \text{ mmN}$$

$$37,5 \leq x \leq 96,3 \quad M_f = -5712 x + 9355 (x - 37,5)$$

$$\text{pour } x = 37,5 \quad M_f = -214200 \text{ mmN}$$

$$\text{pour } x = 96,3 \quad M_f = 0$$

#### 2.2.5.2 Diagramme du moment de flexion :



#### 2.2.5.3 Vérification dans la section dangereuse :

La condition de résistance impose  $\sigma \leq R_p$

Contrainte :  $\sigma = M_f / (I_{Gz} / v)$

$$M_f = 214000 \text{ mmN}$$

$$I_{Gz} = bh^3 / 12 = (30-19)30^3 / 12 = 1650 \text{ mm}^4$$

$$v = 15$$

$$\sigma = 130 \text{ MPa}$$

Résistance pratique :

$$R_p = R_e / s = 420 / 2,5 = 168 \text{ MPa}$$

Condition respectée.



## 6- Extrait BTS Productique 2003

Session 2003 - U41 - Dossier Sujet

PME4AVO

page 9/10

### E. ANALYSE DES DEFORMATIONS DE LA CHAPE

#### 1. Etude par la Résistance des Matériaux

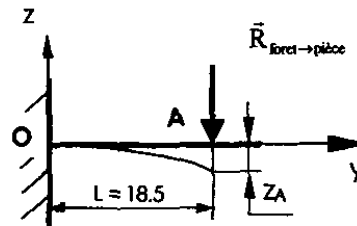
##### Données de l'étude :

- Quels que soient les résultats déterminés précédemment, on prendra  $\|\vec{R}_{\text{foret} \rightarrow \text{pièce}}\| = 110 \text{ N}$ .  
Cet effort est obtenu avec un avant trou de fonderie.

- Rappel :**

$$|z_A| = \frac{F \times l^3}{3.E.I_{(G,\bar{x})}}$$

avec  $\|\vec{R}_{\text{foret} \rightarrow \text{pièce}}\| = F$



**E1.** Déterminer la déformée de la poutre au point A, notée  $|z_A|$ .

#### 2. Analyse des résultats obtenus à l'aide d'un logiciel de calcul par éléments finis

##### Données de l'étude :

- Le document ci-joint (page 10/10) montre les déformations de la pièce lors de l'opération de perçage  $\varnothing 9,8 \text{ mm}$  avec un avant trou de fonderie comme déterminé précédemment.

**E2.** Comparer le résultat de la flèche obtenue par la formule issue de la théorie de la Résistance des Matériaux à celle obtenue avec le logiciel. Conclure sur la validité du "modèle poutre" pour la détermination des déformations.

**E3.** Indépendamment des écarts dimensionnels liés à l'opération de perçage par foret et compte tenu de la géométrie de la pièce, justifier qualitativement, l'obligation de réaliser une opération de finition à l'alésoir pour obtenir le diamètre  $\varnothing 10H7$  ainsi que la rectitude en zone commune  $\varnothing 0,01 \text{ mm}$ .

On rappelle  $\varnothing 10H7 = 10^{+0,015}$

